

MATEMÁTICA: DA PRÁTICA À ABSTRAÇÃO E O SEU USO PROFISSIONAL

O processo de modelagem

- Na educação básica, aprendemos a usar a matemática para resolver problemas [1º. ao 5º. ano]
- O contato com a abstração começa na segunda etapa do ensino fundamental [6º. ao 9º. ano]
 - É quando aparece o famigerado X

O processo de modelagem

- No final do ensino fundamental e no ensino médio começam as aplicações
 - Física, Química
 - Nesta altura física e química parecem mais com matemática e matemática parece mais com português, tantas são as letras no seus
- Na verdade o que está acontecendo é um processo de abstração

Mas afinal de contas o que é abstração?

- Primeira semana de aula na faculdade, o aluno tem certeza que sabe matemática.
- O aluno pensa: “eu tenho uma base, vai ser tranquilo...”
- aí o professor pede pra resolver a primeira lista de limite.
- Se isso fosse um filme, seria mais ou menos isso...

VÍDEO



Mas afinal de contas o que é abstração?

- Dois meses de aula, depois de ter resolvido 325 listas de cálculo e 7932 exercícios...
- Afinal de contas, o que é o ciclo básico?
- O filme continua...



Mas afinal de contas o que é abstração?

- E a parte profissional do curso?
- Um dos momentos mais intensos do filme



Mas afinal de contas o que é abstração?

Reflitam:

- A preparação e o treinamento são as partes mais longas do filme...

Modelagem, a arte de
passar da abstração
para a prática

O processo de modelagem

- Quando os gerentes se veem diante de uma situação na qual uma decisão deve ser tomada entre uma série de alternativas conflitantes e concorrentes, duas opções básicas se apresentam:
 - (1) usar apenas a intuição gerencial; e
 - (2) realizar um processo de modelagem da situação e exaustivas simulações dos mais diversos cenários de maneira a estudar mais profundamente o problema.

O processo de modelagem

- Até recentemente, a primeira opção se constituía na única alternativa viável, visto que não existiam nem dados, nem informações sobre os problemas, nem poder computacional para resolvê-los.
- Com o advento dos microcomputadores e com o aprimoramento da tecnologia de bancos de dados, essa deixou de ser a única opção para os tomadores de decisão.
- Um número cada vez maior de empresas e tomadores de decisão passou a optar pela segunda alternativa, isto é, pela elaboração de modelos para auxiliar esse processo.

O processo de modelagem

- Na realidade, nos dias de hoje, está ocorrendo o inverso do que acontecia 30 anos atrás.
- Possivelmente, a maioria dos tomadores de decisão está adotando a segunda opção.
- Devemos ressaltar dois fatos relevantes:

O processo de modelagem

- **i.** A quantidade de informações disponíveis cresceu exponencialmente nos últimos anos com o advento da Internet, o que nos levou ao que não acontecia antes: a quantidade de dados é tão grande que se torna impossível montar modelos com todas essas informações. Devemos, portanto, separar as informações relevantes das irrelevantes, de maneira a modelar a situação para que possamos analisá-la.

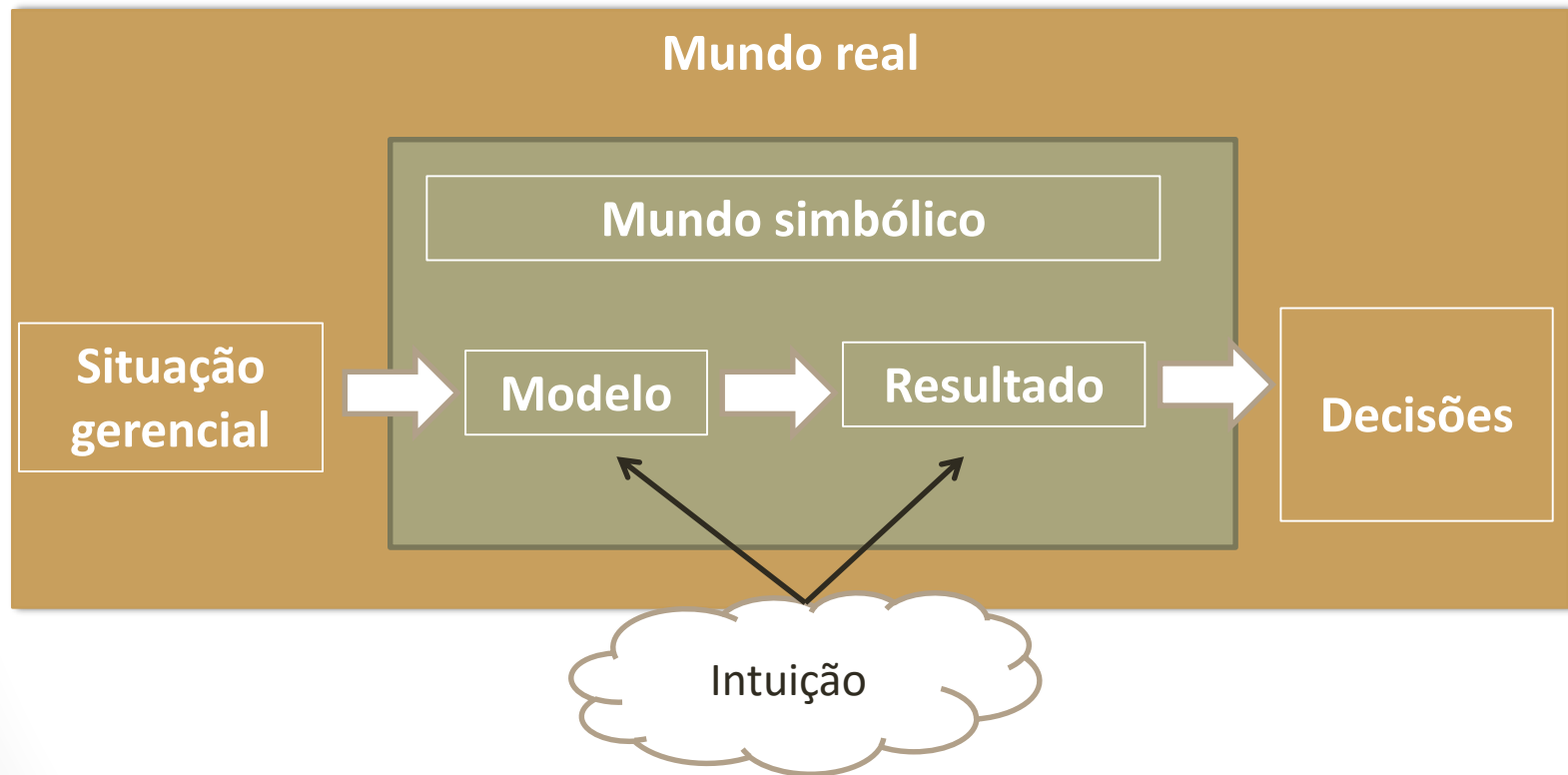
O processo de modelagem

- **ii.** Muitos gerentes deixaram de utilizar sua intuição completamente, o que é bastante prejudicial ao processo de tomada de decisão, pois uma base de conhecimentos pode estar sendo desperdiçada.

O processo de modelagem

- Portanto, recomendamos o uso das duas opções conjuntamente, para melhorar ainda mais o processo de tomada de decisão.
- A intuição do tomador de decisão deve ajudá-lo na seleção das informações relevantes, nos possíveis cenários a serem estudados, na validação do modelo e na análise de seus resultados.
- Esse processo está representado na Figura 1.2.

Figura 1.2



A TOMADA DE DECISÃO

A tomada de decisão

- Podemos entender a tomada de decisão como o processo de identificação de um problema ou de uma oportunidade e a seleção de uma linha de ação para resolvê-lo.
- Um problema ocorre quando o estado atual de uma situação é diferente do desejado.
- Já uma oportunidade ocorre quando as circunstâncias oferecem a chance de um indivíduo ou de uma organização ultrapassar ou alterar seus objetivos ou metas.

A tomada de decisão

- Vários fatores afetam a tomada de decisão. Entre eles, podemos destacar:

Tempo disponível para a tomada de decisão: certas situações, como a decisão de compra ou venda de uma ação, devem ser resolvidas instantaneamente, enquanto outras, como a compra de um apartamento, quase sempre dispõem de um tempo maior.

A importância da decisão: algumas decisões impactam nossas vidas ou a vida de nossas empresas de formas distintas. Por exemplo, a instalação de uma empresa em um local inapropriado pode causar prejuízos operacionais por diversos anos, enquanto a seleção do fornecedor de material de escritório pode ter um impacto bem menor na operação da empresa. Normalmente, a importância está associada ao custo ou ao prejuízo que a decisão pode ocasionar.

A tomada de decisão

- Vários fatores afetam a tomada de decisão. Entre eles, podemos destacar:

O ambiente: o local onde a decisão é tomada a afeta. Por exemplo, uma decisão tomada no Japão deve considerar aspectos culturais e sociais japoneses. Já a mesma decisão tomada no Brasil pode ser outra.

Certeza ou incerteza e risco: o grau de certeza que temos sobre os parâmetros relevantes para uma tomada de decisão nos permite agir de forma mais tranquila. Imagine tomar uma decisão em um período com inflação de 100% ao mês ou 4,5% ao ano, ou ainda a possibilidade de estarmos certos sobre o nível de inflação para o próximo ano. Naturalmente, esse nível de certeza influencia nosso poder de decisão.

A tomada de decisão

- Vários fatores afetam a tomada de decisão. Entre eles, podemos destacar:

Agentes decisores: o número de agentes que tomam a decisão é um fator fundamental na forma como ela é tomada. Por exemplo, uma tomada de decisão individual depende apenas do ponto de vista de um decisor, isto é, de seu caráter, nível cultural e nível de informação, entre outros. Quando a decisão é tomada em grupos maiores, a diversidade de características cresce exponencialmente, já que, em um mesmo grupo decisor, podemos ter pessoas com formação cultural ou nacionalidade diferentes, isto é, com maneiras distintas de encarar o mundo, o que, com certeza, leva a um processo de tomada de decisão mais complexo. Além dessas características, uma dimensão é adicionada ao processo: a comunicação entre os agentes decisores se torna uma das principais dimensões de um processo de decisão em grupo. Dependendo de sua clareza e objetividade, ela pode se transformar em um complicador ou em um facilitador do processo.

A tomada de decisão

- Vários fatores afetam a tomada de decisão. Entre eles, podemos destacar:

Conflito de interesses: algumas decisões afetam, de maneira distinta, certos grupos de uma empresa ou de uma sociedade. Por exemplo, a decisão sobre qual filial de uma empresa deve ser fechada em um programa de redução de custos possivelmente afetará mais determinada parte da empresa que outra, aumentando o nível de complexidade do processo de tomada de decisão.

Podemos classificar a tomada de decisão de diversas formas, entre elas:

Nível hierárquico na empresa

- *Estratégico*: decisões tomadas pela alta administração de uma empresa. Exemplos desse tipo são: o nível de investimento que será feito nos próximos anos, a parcela de mercados que se quer atingir, em que mercados se deve atuar ou expandir, entre outras.
- *Gerencial*: decisões tomadas pela gerência intermediária de uma empresa. Dentre os exemplos desse tipo de decisão podemos citar: os estabelecimentos bancários com os quais devemos manter relacionamento comercial, quais fornecedores de matérias-primas devem ser utilizados, quais canais de distribuição serão utilizados, entre outros.
- *Operacional*: decisões tomadas pelos gerentes ou supervisores operacionais de uma empresa. Dentre os exemplos desse tipo de decisão podemos citar: escala de funcionários, rotinas de manutenção de máquinas e equipamentos

Podemos classificar a tomada de decisão de diversas formas, entre elas:

Tipo de informação disponível

- *Estruturada*: são decisões em que todos os fatores relevantes ao processo são conhecidos.
- *Semiestruturada*: são decisões em que uma parte dos fatores relevantes ao processo é conhecida.
- *Não estruturada*: são decisões em que nenhum dos fatores relevantes ao processo é conhecido

Podemos classificar a tomada de decisão de diversas formas, entre elas:

Número de decisores

- *Decisão individual*: tomada apenas por um agente decisor.
- *Decisão em grupo*: tomada por mais de um agente decisor

A TOMADA DE DECISÃO, O PROCESSO DE MODELAGEM E O DECISOR

Diversas vantagens podem ser citadas quando o decisor utiliza um processo de modelagem para a tomada de decisão:

Os modelos forçam os decisores a tornarem explícitos seus objetivos.

Os modelos forçam a identificação e o armazenamento das diferentes decisões que influenciam os objetivos.

Os modelos forçam a identificação e o armazenamento dos relacionamentos entre as decisões.

Os modelos forçam a identificação das variáveis a serem incluídas e em que termos elas serão quantificáveis.

Os modelos forçam o reconhecimento de limitações.

Os modelos permitem a comunicação de suas ideias e seu entendimento para facilitar o trabalho de grupo.

Dadas essas características, os modelos podem ser utilizados como ferramentas consistentes para a avaliação e a divulgação de diferentes políticas empresariais.

TIPOS DE MODELO

Tipos de Modelo

Basicamente, pode-se ter três tipos de modelos: os modelos físicos, análogos e matemáticos ou simbólicos. Dois exemplos de modelos físicos seriam os de aeronaves e casas utilizados por engenheiros. O modelo análogo representa as relações usando diferentes meios. Exemplos desse tipo são os mapas rodoviários, que representam as rodovias de uma região por meio de traços sobre um papel, e um marcador do tanque de gasolina, que representa, por intermédio de uma escala circular, a quantidade de gasolina existente no tanque.

Os mais utilizados na modelagem de situações gerenciais são os modelos simbólicos ou matemáticos, em que as grandezas são representadas por variáveis de decisão, e as relações entre essas variáveis, por expressões matemáticas. Por tais características, esses modelos necessitam informações quantificáveis.

Tipos de Modelo

Um modelo simbólico deve conter um conjunto suficiente de detalhes de maneira que:

- Os resultados atinjam suas necessidades.
- O modelo seja consistente com os dados.
- O modelo possa ser analisado no tempo disponível à sua concepção.

Tipos de Modelo

Os modelos simbólicos em que uma das variáveis representa uma decisão gerencial a ser tomada denominam-se modelos de decisão.

Geralmente, as decisões são tomadas para que um objetivo seja atingido.

Portanto, nos modelos de decisão, adicionalmente às variáveis de decisão, em geral é adicionada uma variável que represente uma medida de performance dos objetivos.

Tipos de Modelo

Os mais utilizados na modelagem de situações gerenciais são os modelos simbólicos ou matemáticos, em que as grandezas são representadas por variáveis de decisão, e as relações entre essas variáveis, por expressões matemáticas.

Por tais características, esses modelos necessitam informações quantificáveis.

Tipos de Modelo

Os modelos simbólicos em que uma das variáveis representa uma decisão gerencial a ser tomada denominam-se modelos de decisão.

Geralmente, as decisões são tomadas para que um objetivo seja atingido.

Portanto, nos modelos de decisão, adicionalmente às variáveis de decisão, em geral é adicionada uma variável que represente uma medida de performance dos objetivos.

Tipos de Modelo

Duas características dos modelos simbólicos devem ser ressaltadas:

i. O modelo sempre será uma simplificação da realidade.

ii. Os detalhes devem ser incorporados ao modelo de forma cuidadosa, para que:

Os resultados atinjam suas necessidades.

Seja consistente com as informações disponíveis.

Seja desenvolvido e analisado no tempo disponível para tal.

Tipos de Modelo

Os modelos simbólicos podem ser classificados de acordo com o nível de incerteza existente entre as relações das variáveis, como determinísticos ou probabilísticos.

Modelos em que todas as informações relevantes são assumidas como conhecidas (sem incertezas) são denominados determinísticos.

Modelos em que uma ou mais variáveis de decisão não são conhecidas com certeza são chamados probabilísticos, e essa incerteza deve ser incorporada a eles.

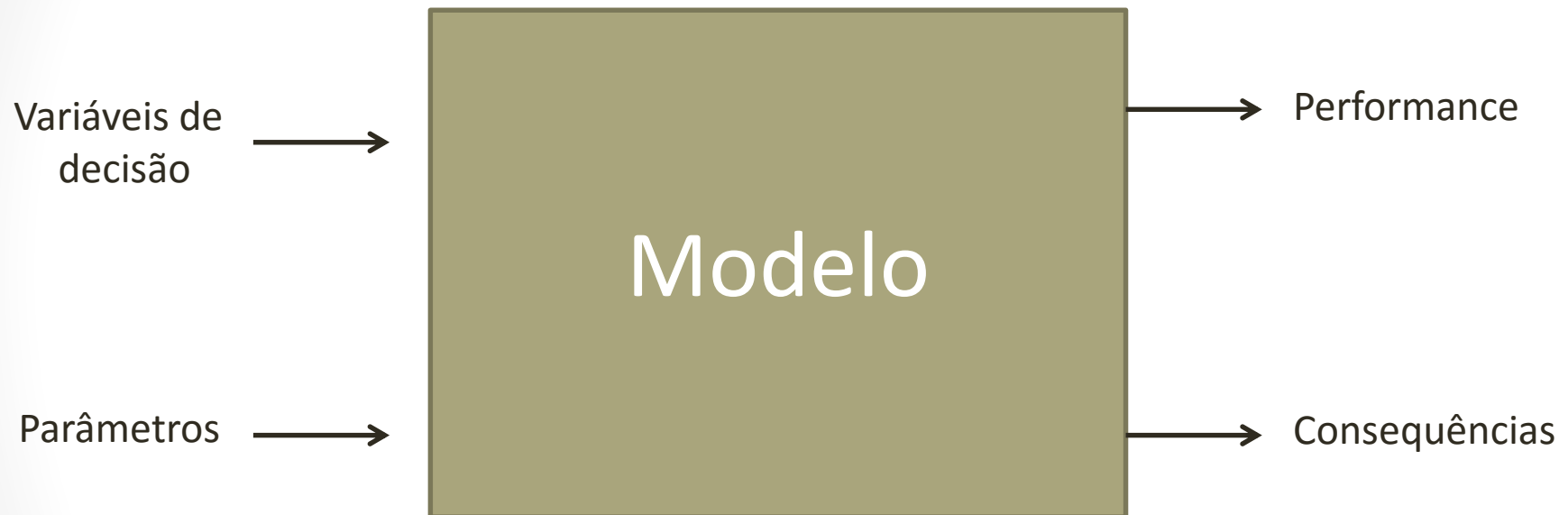
Tipos de Modelo

A maneira mais simples de representar um modelo simbólico é denominada modelo caixa-preta.

Nesse tipo de representação, apenas variáveis explicativas (de decisão), parâmetros e medidas de performance ou consequência são representados (variáveis dependentes).

As relações entre elas são omitidas.

Figura 1.3 Representação do modelo caixa-preta



PROCESSO DE RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

Processo de resolução de um problema

O processo de resolução de um problema apresenta cinco etapas consecutivas que podem, entretanto, ser repetidas, dependendo da situação.

Cada uma das etapas é essencial para o processo. Contudo, vale ressaltar que a identificação do problema, que talvez pareça a mais simples de todas as etapas, pode apresentar-se complexa em diversas situações.

A má definição do problema não levará certamente a nada, além de causar perda de tempo e esforço.

A [Figura 1.4](#) representa as diversas etapas de um processo de resolução de um problema.

Figura 1.4 Processo de resolução de um problema

Identificação do problema

Formulação do modelo

Análise de cenários

Interpretação dos resultados

Implementação e monitoração

Vale ressaltar que o processo é cíclico, podendo retroceder a níveis anteriores quando algum problema for detectado.

Muitas vezes, a eventual falha está na identificação do que seria o problema.

CONSTRUÇÃO DOS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO

PROCEDIMENTO PARA DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Definição do Problema

- De início o administrador deve reconhecer que existe um problema para o qual é indicada a procura da melhor solução, pela pesquisa do valores ótimos de variáveis de decisão.
- Em geral, podemos considerar que será mais útil empregar técnicas de otimização, em vez de simulação, para procurar iterativamente uma solução ótima, quando:

Existem muitas variáveis de decisão, ou quando as variáveis puderem assumir valores de uma ampla faixa de variedade, fazendo com que os modelos de simulação se tornem muito lentos;

Houver restrições nos recursos ou variáveis que tornem complexo o processo de escolha dos valores das variáveis;

Os sistemas forem tais que algumas variáveis devem ter seus valores calculados de maneira precisa, para respeitar restrições ou evitar grandes variações no resultado final .

Identificação das variáveis relevantes

- O conjunto de variáveis relevantes para um modelo de otimização inclui:

As variáveis de decisão para os quais o administrador procura valores ótimos;

Variáveis exógenas que servem de base para a definição de restrições ou de variáveis endógenas;

Variáveis endógenas que, dependendo dos valores de outras, muitas vezes entram na formação da função objetivo ou das restrições que o administrador deve especificar.

Formulação da função objetivo

- A função objetivo reflete o critério de otimização das variáveis de decisão e deve ser escrita de forma matemática.

Formulação das restrições

- Em grande número de modelos de otimização, as variáveis são sujeitas a algumas restrições, que devem ser descritas de forma matemática. Da mesma maneira, a relação entre as variáveis deve ser formulada matematicamente.

Escolha do método matemático de solução

- Tendo definido o problema, devemos escolher um método matemático adequado para a solução. A escolha do método é feita tendo em vista o tipo de modelo matemático criado e as análises e questões às quais o modelo deve fornecer subsídios.

Aplicação do método de solução

- O método de solução é simplesmente um exercício matemático que pode ser realizado manualmente ou pro computador.
- Em qualquer dos casos, será necessários um conhecimento de algoritmo, seja para desenvolver o processo de cálculo, seja para acompanhar a solução do computador e entender suas mensagens.

Avaliação da solução

- Uma vez alcançada a solução, esta deve ser verificada e avaliada à luz das expectativas e experiência do administrador, antes de ser efetivamente implementada.
- É claro que, nessa fase do modelo, tanto pode ser aceita como pode ser necessário proceder a correções, a fim de se incorporarem novas restrições, novas variáveis ou novos critérios.
- É importante lembrar que a maioria das decisões deve ser tomada em um ambiente de risco e incerteza e que grande parte dos modelos de otimização é determinística.
- Assim, deve-se obter uma estimativa do risco por meio de uma análise de sensibilidade pós-otimização.

EXEMPLO

Definição de problema

- Vamos supor que uma queria estudar sua política de estocagem de modo a otimizar sua operação, reduzindo os custos em que incorreu.
- Após um levantamento cuidadoso, o gerente teve condições de estimar que o custo anual de manter um item do produto em estoque era de \$50. Esse custo foi obtido considerando-se o custo do capital investido, o custo das instalações, refrigeração, limpeza e seguros, durante um ano, e dividindo-se pelo número estimado de itens que irão compor o estoque no mesmo período. Vamos considerar aqui que esse número seja constante e igual a 1.000.

Definição de problema

- Por outro lado, consideremos que o suprimento do produto seja feito em quantidades constantes a intervalos regulares.
- A colocação de cada encomenda tem um custo fixo de \$1.000, incluindo documentação, despesas de pedido e transporte.
- O objetivo do estudo é descobrir a quantidade de mercadoria que deve ser encomendada de cada vez, de modo a minimizar o custo total de operação de estoque.
- Como uma única restrição do problema, vamos supor que o fornecedor pode entregar, no máximo, 180 unidades do produto por vez.

Identificação das variáveis

- Vamos definir as seguintes variáveis para o modelo do problema:

A = quantidade anual do produto que a empresa comercializa.

S = custo de manutenção do estoque, por unidade, por ano.

P = custo fixo de colocação da encomenda, por pedido.

Q = quantidade ordenada ao atacadista para o suprimento

Equações do problema

- Neste problema simples, a montagem do modelo se resume a escrever matematicamente a função objetivo, que pode ser assim formulada:

Minimizar

Custo Total (CT) = Custo de Manutenção do Estoque + Custo de Colocação da Encomenda

onde:

CUSTO DE MANUTENÇÃO DO ESTOQUE = NÍVEL MÉDIO X CUSTO UNITÁRIO

CUSTO DE COLOCAÇÃO DA ENCOMENDA = No. DE PEDIDOS X CUSTO DE COLOCAÇÃO DO PEDIDOS

Assim, o modelo do problema é:

- Função objetivo

$$\textit{Minimizar: } CT = \frac{Q}{2} \cdot S + \frac{A}{Q} \cdot P$$

- Restrição:

$$Q \leq 180$$

E para quê tudo isso?

- Nosso desejo é que vocês se formem e que na hora que vocês precisarem, saibam usar tudo o que vocês treinaram aqui.
- Não se trata de nenhuma outra coisa, apenas treinamento para a vida lá fora.
- E que no fim de tudo, vocês vençam!



MUITO OBRIGADO